長期定常成長の動学的不安定性について

本間祥介

まえがき

二〇〇八年秋のいわゆるリーマン・ショックはケインズ的な成長理論における knife-edge の動学的不安定性によって大まかな意味づけがなされるであろう。

当時、リーマン・ブラザーズ大手証券会社は、ポンジ・ファイナンスにおいて[1]、リスクを取り過ぎた各種デリヴァティブを一日も早くより高く売り抜けなければならない経営状態にあったと思われるが、いわば make marketing[2] に失敗し、破綻する、その結果金融市場を混乱におとしいれることになる。また他方では、その余波として、手形の現金化の停止、貸ししぶり等を通じて、経済活動が全般にわたって一時的に麻痺する、という経済、金融危機が世界をとつぜん襲ったことは周知の事実である。

他方、ケインズ派成長理論における宇沢先生の基本的動学方程式体系は、[3] 位相図に示されるように、「長期均衡点に近づく安定的な径路は二つしかなく、それ以外の径路については、市場利子率 i は ｏ に収斂するか、プラス∞に発散する」[4] ことを示す。換言すれば、ハロッド＝ドマー的な knife-edge、つまり長期均衡成長径路以外の動学的に不安定的な成長径路はすべて市場利子率 i を ｏ か無限大に向わせる性質をもつものである。

以上の大まかな動学的不安定性の解釈を三節にわたって、プライス・メカニズムの機能に全幅の信頼を寄せる貨幣的経済成長の新古典派理論を挿入しながら、詳述する。

Ⅰ．貨幣的成長の新古典派理論

新古典派の貨幣的成長理論においては、[5] 動学体系の解径路は長期定常状態に循環的に収束するか、その状態の周囲のリミット・サイクル均衡に巻きつくか、どちらかである。[6] したがって、もしリーマン・ブラザーズが救済されたとすれば、安定的な成長径路はゆがめられるかもしれない、という危惧が生ずるであろう。ケインズ派の成長理論における動学的不安定性については、現行市場利子率 i と完全雇用維持利子率 i^* との乖離に応じて、弾力的な貨幣供給政策を取ることが考へられる。このような両派の相違を明らかにするために、本節は貨幣的成長の新古典派理論を一瞥する。[7]

まず、物的産出量と価格水準、貨幣量との間の関係を考慮するために、名目的ないし貨幣的国民所得を

$$PF(K, N) + \dot{M}$$

と定義する、たゞしＰは価格水準、Ｆは資本Ｋと労働Ｎの新古典派的生産関数、そして $\dot{M}$（$\equiv dM/dt$）は貨幣量

の変化である。こゝで産出量額に貨幣の変化分が加算されるのは、貨幣所有は効用水準を高める、あるいは保有貨幣と生産財とは完全に代替的である、という認識に基づいて、貨幣自体が所得ないし資産とみなされるからである。つぎに、価格水準の期待上昇率を

$$\pi^e=(\dot{P}/P)^e$$

とし、これを実質現金残高の目減り分とすれば、実質国民所得Yは、

$$Y=F(K, N)+(\dot{M}/P)-\pi^e M/P$$

となるが、さらに貨幣供給の増加率を

$$\mu=\dot{M}/M$$

とすれば、これを加へて

実質国民所得Yは$Y=F(K, N)+(\mu-\pi^e)(M/P)$と示されることになる。

さらに、平均貯蓄性向をsとすれば、貯蓄額$S=sPF+s\dot{M}$は、ポートフォリオ選択の均衡条件が満足されるように、資本財の購入$P\dot{K}$か現金残高の増加かのいづれかに配分される、したがって、$S=P\dot{K}+\mu M$から、資本蓄積$\dot{K}$については、

$$\dot{K}=sF(K, N)-(1-s)(\mu-\pi^e)M/P$$

が成立する。

他方、貨幣需要については、ポートフォリオ選択行動による最適な資産構成の達成の目的から、実物資産の利潤率と貨幣保有の機会費用（あるいは収益率）とが相等しくなるように貨幣需要が決定される。この規準は、貨幣需要が資

本の限界生産 r と価格水準 P との関数であるが、明示的に、実質現金残高の需要関数は、

$$\lambda\,(i,\ \mathrm{Y/K})$$

のように設定される、たゞし、i は市場利子率で、$i=\rho+\pi^{e}$、すなわち、実質利子率と価格水準の期待上昇率との和である。

以下の比例諸変数によって、当該理論の基本的動学方程式が導かれる。

$m=\mathrm{M/PK}$：資本1単位当りの実質貨幣残高

$y=\mathrm{Y/K}$：資本1単位当りの国民所得

$n=\mathrm{N/K}$：資本1単位当りの労働

これまでの Y の定義と資産市場の均衡条件から、短期均衡は

$$y=f(n)+(\mu-\pi^{e})m$$

$$m=\lambda\,(i,y)$$

のように表わされる、たゞし、$i=\rho+\pi^{e}$, $\rho=r=f(n)-nf'(n)$ で、r は利潤率である。つぎに短期均衡点は時間の経過とともに変化するから、

$$\dot{n}/n=\dot{\mathrm{N}}/\mathrm{N}-\dot{\mathrm{K}}/\mathrm{K}=\nu-[f(n)-(1-\mathrm{s})y]$$

が成立する。この微分方程式が基本的動学方程式となる。労働増加率 $\nu\equiv\dot{\mathrm{N}}/\mathrm{N}$、貨幣供給増加率 $\mu\equiv\dot{\mathrm{M}}/\mathrm{M}$ は外生的に決定される定数である。

基本方程式の最右辺全体をゼロにする n の値 n^{*} が長期定常点である。右辺は n の単調減少関数であるから、

$n<n^*$においては、$\dot{n}>0$で、nは増加する。逆に$n>n^*$においては、$\dot{n}<0$で、nは減少する。したがって、長期定常成長状態n^*は動学的に安定である。

ところで、経済の変動過程においては期待価格上昇率$\pi^e(\equiv(\dot{P}/P)^e)$の影響は大きいものと考へられるが、Nerlove-Cagan の期待調整仮説に基づいて、期待調整のメカニズムは、

$\beta>0$を期待調整係数として

$$\dot{\pi}^e=\beta(\pi-\pi^e),\quad \pi=\dot{P}/P$$

のように定式化される。[8] そして、このメカニズムと本節の基本的動学方程式とが連立されるとき、一つの動学体系が形成されたことになる。周知のように、この体系については、期待調整速度βが非常に小さいとき、解径路(n,π^e)は長期定常点(n^*,π^{e*})に収束し、動学的に安定である体系となる。

さらに、極限的なケース、[9] すなわち、調整速度が無限大であり、かつ価格の期待上昇率と現行価格上昇率とが一致する、したがって、

$$\pi^e=\pi=\dot{P}/P$$

であるようなケースにおいて、新古典派の貨幣的成長モデルの安定性は次のようになる。

当該短期均衡の状態

$$y=f(n)+(\mu-\pi)m$$

$$m=\lambda(i,y)$$

$$i=\rho+\pi,\quad \rho=r=f(n)-nf'(n)$$

図1

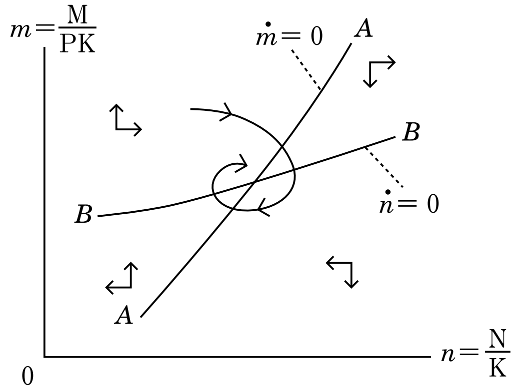
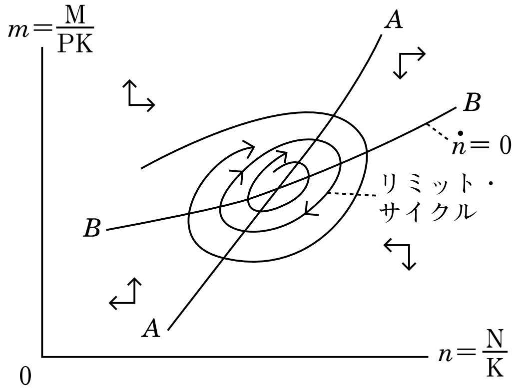


図2



においては、労働・資本比率と資本一単位当りの実質貨幣残高に関する微分方程式体系

$$\dot{n}/n=\nu-\{f(n)-(1-s)y\}$$
$$\dot{m}/m=\mu-\pi-\{f(n)-(1-s)y\}$$

が同時的に成立する。[10] この動学体系の解径路の性質については、安定渦状点は別にして、宇沢先生の「位相図」と「ポアンカレー・ベンディクソンの定理」に寄ることとする。[11]

「位相図」から見てとれるように、本動学体系の解径路（矢印のついた曲線）は長期定常状態（AA曲線とBB曲線との交点）に循環的に収束するか、その定常状態の周囲のリミット・サイクルに巻きつくか、どちらかである。したがって、解径路が無限に発散しないという意味で、長期恒常的な貨幣的成長プロセスは動学的安定性をもつことになる。

リミット・サイクルについて把握する一つのようすがとして「ポアンカレ・ベンディクソンの定理[12]」をここに参照する。「定理　$n=2$のときの微分方程式体系30（$\dot{x}=f(x)$）の解$\phi(t)$がすべての$t \geqq t_0$に対して、定義されていて、ある有界な閉集合のなかに入っているとする。いまBを、この解$\phi(t)$のω極限点の集合とする。すなわち、

$$B=\{b : b=\lim_{k\to\infty}\phi(t_k)\ （ある時間列\ t_1<t_2<\cdots t_k<\cdots\lim_{k\to\infty}t_k=\infty について）\}$$

もし、Ｂのなかに均衡点が存在しないとすれば、Ｂは一つの開曲線となる。この場合つぎの二つの場合が起こりうる。

(i)　$\phi(t)$ がＢの上を動く周期関数となる。

(ii)　$\phi(t)$ は $t\to\infty$ のとき、Ｂに螺旋的に巻きついてゆく。」(i)の場合は、$\phi(t)$ が循環的にＢの境界をめぐるケースであり、(ii)の場合は、均衡点以外の孤立した周期解の存在が示されるケースであろう。[13]

Ⅱ　新ケインズ派の国民所得決定論

本節は、期待と価格が明示的に導入されるとき、旧ケインズ派の国民所得決定理論がどのように書きあらためられていくかを概観するものである。

集計的生産関数をＱ＝Ｆ(Ｎ)とおくとき、すなわち、産出量Ｑを雇用労働量Ｎのみの関数とするならば、利潤最大化の条件式は

$$F'(N)=W/P$$

である。Ｗは貨幣賃金率、Ｐは価格水準であるから、労働雇用量Ｎと産出量Ｑとは実質賃金率Ｗ/Ｐの減小関数である。そしてPQ/W＝ＺとおいたＺがケインズの『一般理論』[14]の総供給価格である。したがって、総供給価格Ｚとは賃金単位で測った雇用労働量ないし産出量を意味することになり、この定義におけるＰとＺとの関係は図第三におけるＺ曲線で示されるものである。なお、貨幣を含む資産Ａを国民所得Ｙに含めれば、賃金単位表示の国民所得 Y_W は、

であるから、

$$\frac{P}{W}Y=\frac{P}{W}\cdot\frac{W}{P}N+\rho\cdot\frac{P}{W}A$$

$$Y_W=N+\rho A_W$$

と示される、たゞし ρ は実質利子率である。

財・サービスに対する総需要は消費需要、投資需要、と財政支出の和である。消費需要 C_W は、期待実質利子率 ρ^e と永久実質所得 Y_W^e の関数であるが、時間選好関係がホモセティックであり、永久実質所得に関する消費需要の弾力性が1であることが仮定されるならば、消費関数として、

$$C_W=[1-s(\rho^e)]Y_W^e$$

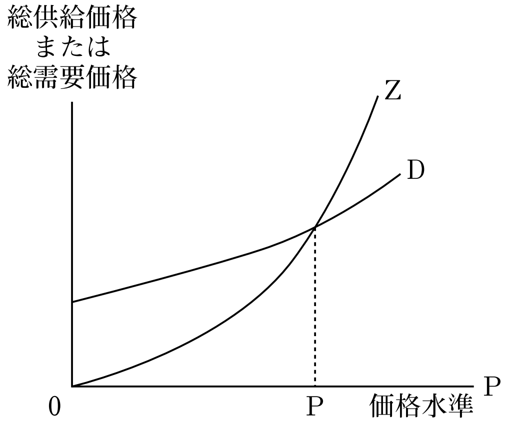
である。こゝで、$s(\rho^e)$ は、ρ^e を無視すれば、定数の貯蓄性向である。

投資需要には投資関数 $\Phi=\phi(\rho^e, r)K$ が代入される。要するに、将来にわたる net cash flows の割引現在価値を最大化するような資本蓄積率 $\alpha=\dot{K}/K$ は ρ^e と r（利潤率）の関数であるから、$\alpha=\alpha(\rho^e, r)$ である、また、資本蓄積行動が投資を左右するから、投資効果関数 $\phi=\phi(\alpha)=\phi(\rho^e, r)$ が成立する。したがって、両式をまとめると、投資関数 $\Phi=\phi(\rho^e, r)K$ が設定される。

政府支出 G_W は、定数 g を政府支出係数として、$G_W=gY_W$ である。かくして、総需要 D は

$$D=(1-s)Y_W^e+P_W\phi(\rho^e, r)K+gY_W$$

図 3



と書かれる。図第三に示されているように、価格水準の上昇は雇用労働量の増加と利潤率の高まりとをもたらすので、総供給価格曲線よりも勾配の小さい右上がりの総需要曲線が描かれる。

ケインズの『一般理論』の有効需要の原理と同じく、雇用、産出量および価格水準はD=S、すなわち、

$$(1-s)Y_w^e + P_w\phi(\rho^e, r)K + gY_w = Y_w$$

によって決定される。この定式化は、非自発的失業が存在するかぎり価格水準は一定であるというケインズの前提とは異なり、価格水準を内生的に決定しているものである。

ＩＳ－ＬＭ分析のように、短期均衡の決定のために、ρ^e と n、あるいは i（市場利子率）と n、との間の関係を定めて、生産物市場と貨幣市場の均衡を検討する。

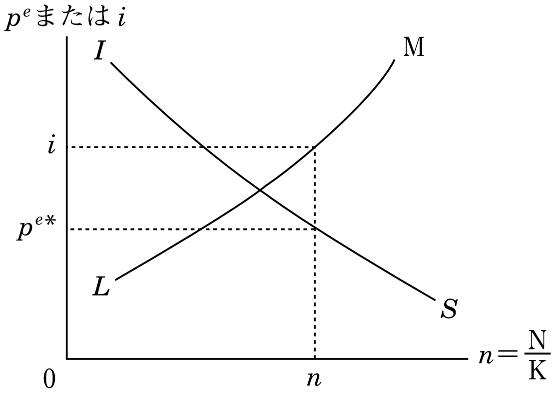
これまでの国民所得決定のモデルから、純投資と純貯蓄の均等式は

$$\phi(\rho^e, r) = (s-g)f(n) + (1-s)(r-\rho^e a)$$

と書かれる。ρ^e の低下は左辺の投資の増加、そして雇用、産出量の増加は右辺の増加、このように貯蓄と投資を均等にさせるような、ρ^e と n との均衡関係は、図第四のように下方傾斜のＩＳ曲線によって示される。(15)

貨幣市場の均衡、$\lambda(i)Y_w = M_w(\equiv M/W)$ は、一定の Y_w において、貨幣需給を等しくさせるような利子率水準においてもたらされる。何故なら、貨幣需要は、たとえば取引量の増大期待ないし利子率上昇の予想は貨幣需要を増加させるからである。したがって、つねに増加する貨幣供給によって右下方にシフトする n

図４



と i との均衡関係は、図第四のように、右上りの曲線ＬＭで示される。
最後に過少雇用均衡を考慮に入れて、この図第四に着目するならば、現時点での期待実質利子率を ρ^{e*} とすれば、ＩＳ曲線によってこの図の横軸の n が定まり、この n に対してＬＭ曲線から i がとられる。すなわち、現時点では市場利子率 i と期待実質利子率 ρ^{e*} の間には開きが存在する。かくして、短期均衡、すなわち、ケインズ派の不完全雇用均衡は i と ρ^{e} との乖離によっても特徴づけされることになる。

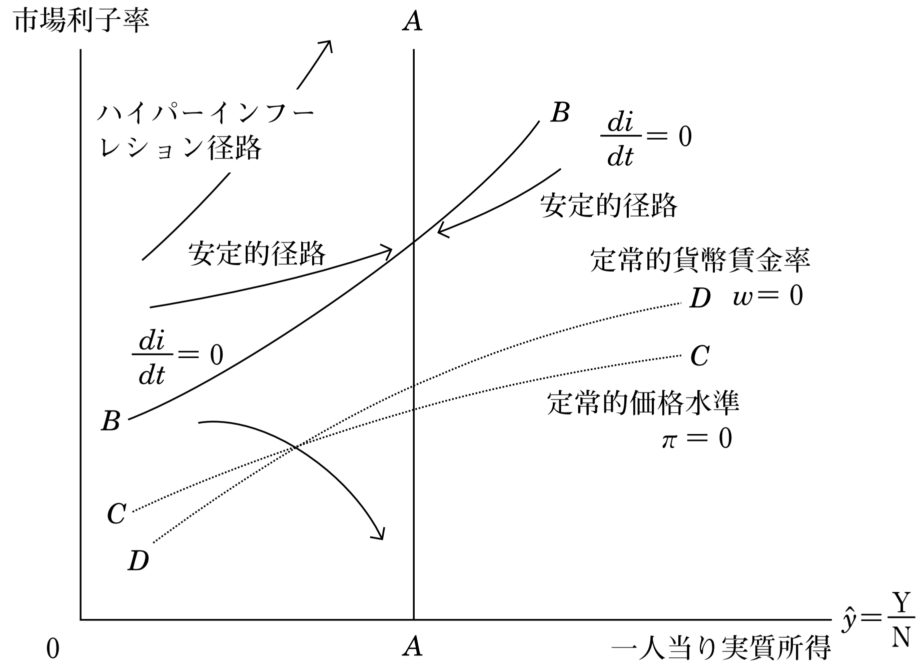
Ⅲ．ケインズ派の成長理論

本節は、完全雇用下の経済成長過程を新ケインズ派の立場から一考するものである。宇沢先生の基本的動学方程式によれば、図第五にも示されているように、「長期均衡点に近づく安定的な径路は二つしかなく、それ以外の径路については、市場利子率 i は o に収斂するか、プラス∞に発散することになる。[16]」あるいは、本節では、自然成長率と保証成長率の全くの偶然の一致でしかないハロッド＝ドマー的な knife-edge 上を進行できない不安定的な径路が着目されることになる。[17]
長期定常的成長過程において、貨幣供給と労働供給の増加率はともに外生的に与へられて、

$$\dot{M}/M=\mu,\quad \dot{N}/N=\nu$$

である。期待実質利子率 ρ^{e} は、ケインズ派の前節のＩＳ曲線上で、完全雇用をもたらす有効需要に対応する労働－資本比率 n=N/K とともに仮定される、換言すれば、これらの ρ^{e} と n とは当モデルの純投資－貯蓄均等式を満足するものでなければならない。次いで、ρ^{e} と政府支出係数 g とを所与とすれば、完全雇用の n は関数 $n(\rho^{e}, g)$

図５



によって表わせることになる。こゝで、ρ^e に関する完全雇用 n の弾力性 η を定義すれば、

$$\eta=-\frac{1}{n}\frac{\partial n}{\partial \rho^e}>0,\quad \frac{\dot{n}}{n}=\dot{\rho}^e\cdot\eta$$

と計算できる。さらに、実質資本Ｋの増加率が、前節のように net cash flows の割引現在価値の最大化を通じて、

$$\dot{K}/K=\alpha=\alpha(\rho^e, r)$$

であるから（たゞし r は利潤率）、完全雇用下の n の変化率は、

$$\dot{n}/n=\nu-\alpha$$

となる。したがって、明らかに、長期恒常の成長プロセスにおいて、

$$\dot{\rho}^e=(1/\eta)(\alpha-\nu)$$

が成立している。

他方、ρ は、Nerlove-Cagan 的な適応期待の仮説によって、

$$\dot{\rho}^e=\beta(\rho-\rho^e),\quad \rho=i-\pi,$$

β は調整速度、

が成立していて、かつ完全雇用の下で、

$$\dot{\rho}^e=\left(\frac{1}{\eta}\right)(\alpha-\nu)=\beta(\rho-\rho^e)$$

であるから、定常的成長プロセスにおいて、

$$i-\pi=\rho=\rho^e+\left(\frac{1}{\beta\eta}\right)(\alpha-\nu)$$

ないし、

$$\pi=i-\rho^e-\left(\frac{1}{\beta\eta}\right)(\alpha-\nu)$$

の関係式が導かれることになる。

労働市場の均衡を維持するために貨幣賃金率Wも変化しなければならないが、その必要変化率 $\omega=\dot{W}/W$ は、$f'(n)=W/P$ によって、

$$\omega=\pi+\varepsilon(\alpha-\nu)$$

である。たゞし、ε は労働の限界生産の弾力性 $\left(\frac{df'(n)}{f'(n)}\Big/\frac{dn}{n}\right)$ である。なお、さらに $\varepsilon=S_K/\sigma$ と表わされる、たゞし、S_K は資本の相対的シェア（$(f-nf')/f$）を、σ は労働と資本の代替の弾力性（$(f'\cdot(f-nf')/nf''\cdot f)$）をそれぞれに示す。

最後に、当モデルの実質資本で測った貨幣市場の均衡は

$$\lambda(i)f(n)=M/PK$$

によって示されるが、成長プロセス下の均衡式は、市場利子率と一人当たり実質所得の成長率について、貨幣需要 λ の市場利子率 i に関する弾力性を $\gamma=-\frac{1}{\lambda}\frac{d\lambda}{di}>0$ として、

$$-\gamma\frac{di}{dt}+(1-S_K)\frac{dn}{dt}=\mu-\pi-\alpha$$

が成立するが、さらに、$\frac{\dot{n}}{n}=\nu-\alpha$ を用いれば、

$$\frac{di}{dt}=\frac{1}{\gamma}\left\{\pi-(\mu-\nu)+S_K(\alpha-\nu)\right\}$$

を、あるいは、既述のπにかんする関係式を使うと、

$$\frac{di}{dt}=\frac{1}{\gamma}\left\{i-\rho^e-(\mu-\nu)-\left(\frac{1}{\beta\eta}-S_K\right)(\alpha-\nu)\right\}$$

を最終的に導くことができる。他方、一人当りの実質所得の成長率については、$\hat{y}=f(n)/n$ から、

$$\frac{1}{\hat{y}}\frac{d\hat{y}}{dt}=S_K(\alpha-\nu)$$

が導かれる。かくして、完全雇用の定常的成長過程下では、これら最後の二つの微分方程式が成立するが、これらが新ケインズ派の基本的動学方程式である[18]。

この動学体系の解径路の性質については、宇沢先生の「位相図」図五によるとすれば、鞍点に収束する二本の安定的な成長径路以外の径路はすべて無限に発散するのであるから、市場利子率ないし諸々の証券価格の暴騰、暴落の現象は、これら不安定的な径路によって大まかに説明されるであろう。

Ⅳ　あとがき

注意しなければならないことは、本稿のモデル全体は長期恒常状態の成長モデルであるが、これを新ケインズ派の成長モデルとすれば、マネタリストないし合理的期待形成学派の一般的なマクロ動学理論とどのように異なるか、ということであろう[19]。

(1)　伊藤誠、C・ラバヴィツァス、『貨幣・金融の政治経済学』、岩波書店、二〇〇二年、六、四、三、一五九～一六三頁。

(2)　青木達彦、「現代ポスト・ケインジアンの理論（展望）」、「季刊　現代経済　五二　臨時増刊」、昭和五八年、に所収。
(3)　HIROFUMI UZAWA, “Preference, Production, and Capital,” CAMBRIDGE UNIVERSITY PRESS, 1988, CH.16, PP.249～280.
(4)　宇沢弘文著、『経済分析　基礎篇』、岩波書店、一九九〇年、四二六頁。
(5)　R.M.Solow, ‘A Contribution to the Theory of Economic Growth,’ The QJE., LXX, 1956.
J.Tobin, ‘A Dynamic Aggregative Model,’ The J.P.E., LXIII, 1955.
J.Tobin, ‘Money and Economic Growth,’ *Econometrics*〔October, 1965〕
(6)　HIROFUMI UZAWA, “Preference, Production, and Capital,” CAMBRIDGE UNIVERSITY PRESS, 1988, P.261. なお、本稿の全体の叙述の基調は、宇沢先生のこの著書に掲載されている一論文‘On the dynamic stability of economic growth, *The neoclassical versus Keynesian approaches*,’の読後感にあるので、諸々の数式や図形はそのまゝこの論文に依拠している。
(7)　藤野正三郎「ケインズ理論と国民所得の決定」、館龍一郎編『ケインズと現代経済学』、東京大学出版会、一九六八年、一七四～九三頁に所収。
(8)　宇沢弘文著『経済動学の理論』、東京大学出版会、一九八六年、四八～五五頁。
(9)　HIROFUMI UZAWA, “Preference, Production, and Capital,” CAMBRIDGE UNIVERSITY PRESS, 1988, P.260.
(10)　Ibid., P.261.
(11)　Ibid., P.262.
(12)　宇沢弘文著『経済分析　基礎篇』、岩波書店、一九九〇年、六三四頁。
(13)　たんに安定分析が異なるという意味で、森嶋通夫氏の「リカード的成長」と二階堂副包氏の「レオンチェフ型二部門経済の成長動学」が興味をもたれるであろう。Michio Morishima, “Ricardo’s Economics,” Cambridge University Press, 1989, Ch.,5. 二階堂副包著『数理経済学入門』、日本評論社、一九七一年、第三章。
(14)　J.M.KEYNES, “THE GENERAL THEORY OF EMPLOYMENT, INTEREST AND MONEY,” MACMILLAN AND

COMPANY LIMITED, 1936, 塩野谷祐一訳『雇用・利子および貨幣の一般理論』（ケインズ全集第七巻）、東洋経済新報社、昭和五八年。

(15) J.R.Hicks, 'MR. KEYNES AND THE "CLASSICS"; A SUGGESTED INTERPRETATION,' From *Econometrica*, 1937, Edited by W.FELLNER, B.F.HALEY, "READINGS IN THE THEORY OF INCOME DISTRIBUTION," THE BLAKISTON COMPANY, 1951, に所収。

(16) 宇沢弘文著『経済分析　基礎篇』、岩波書店、一九九〇年、四二六頁。

HIROFUMI UZAWA, "Preference, Production, and Capital," CAMBRIDGE UNIVERSITY PRESS, 1988, P.273.

(17) R.F.Harrod, 'An Essay in Dynamic Theory,'. E.D.Domar, 'Capital Expansion, Rate of Growth, and Employment,'. 両論文とも、Edited by Stiglitz and Uzawa, "READINGS IN THE MODERN THEORY OF ECONOMIC GROWTH," THE M.I.T. PRESS, 1969, に所収。

R.F.HARROD, "TOWARDS A DYNAMIC ECONOMICS," MACMILLAN AND COMPANY LIMITED, 1956. 高橋長太郎、鈴木諒一訳『動態経済学序説』、有斐閣、昭和二八年。

宮崎義一訳『ハロッド　経済動学』、丸善株式会社、昭和五一年。

(18) HIROFUMI UZAWA, "Preference, Production, and Capital, " CAMBRIDGE UNIVERSITY PRESS, 1988, P.276.

宇沢弘文著『経済分析　基礎篇』、岩波書店、一九九〇年、四二四～五頁。

(19) 宇沢弘文・宮川努「合理的期待形成仮説の再検討」「季刊　現代経済　'82、四八」、日本経済新聞社、昭和五七年、に所収。